

3.绝对值的化简求值(二) (加油站)

一、无条件的绝对值化简

练习1

1. 化简 $|x+2|$.

【答案】 $-x-2$ 或 $x+2$,

【解析】 令 $x+2=0$, $x=-2$,

$\therefore$ 当 $x < -2$ 时,

原式 $= -x-2$,

当 $x \geq -2$ 时,

原式 $= x+2$,

【标注】【知识点】零点分段法

2. 化简下列各式:

(1) $|2-3x|$.

【答案】 (1) $|2-3x| = \begin{cases} 2-3x, & x \leq \frac{2}{3} \\ 3x-2, & x > \frac{2}{3} \end{cases}$.

【解析】 (1) $|2-3x| = \begin{cases} 2-3x, & x \leq \frac{2}{3} \\ 3x-2, & x > \frac{2}{3} \end{cases}$.

【标注】【知识点】零点分段法

练习2

3. 化简: $|x-3|+|x+5|$.

【答案】 当 $x < -5$ 时, $-2x-2$.

当 $-5 \leq x \leq 3$ 时, 8.

当 $x > 3$ 时, $2x + 2$.

【解析】①当 $x < -5$ 时,

$$\begin{aligned} & |x-3| + |x+5| \\ &= -(x-3) - (x+5) \\ &= -x+3-x-5 \\ &= -2x-2. \end{aligned}$$

②当 $-5 \leq x \leq 3$ 时,

$$\begin{aligned} & |x-3| + |x+5| \\ &= -(x-3) + (x+5) \\ &= -x+3+x+5 \\ &= 8. \end{aligned}$$

③当 $x > 3$ 时,

$$\begin{aligned} & |x-3| + |x+5| \\ &= x-3+x+5 \\ &= 2x+2. \end{aligned}$$

【标注】【知识点】零点分段法

4. 化简: $|x+2| + |2x+3|$.

【答案】
$$\begin{cases} x \leq -2, -3x-5 \\ -2 < x \leq -\frac{3}{2}, -x-1 \\ x > -\frac{3}{2}, 3x+5 \end{cases}.$$

【标注】【知识点】零点分段法

5. 化简下列式子: $|2x+1| - |3x-2|$.

【答案】
$$|2x+1| - |3x-2| = \begin{cases} -x+3 (x \geq \frac{2}{3}) \\ 5x-1 (-\frac{1}{2} \leq x < \frac{2}{3}) \\ x-3 (x < -\frac{1}{2}) \end{cases}.$$

【解析】略.

【标注】【知识点】零点分段法

6. 化简 $|3-x|-|x-4|$.

【答案】
$$\begin{cases} -1(x < 3) \\ 2x-7(3 \leq x < 4) \\ 1(x \geq 4) \end{cases}.$$

【解析】 原式=
$$\begin{cases} -1(x < 3) \\ 2x-7(3 \leq x < 4) \\ 1(x \geq 4) \end{cases}.$$

【标注】【知识点】零点分段法

练习3

7. 化简： $2|x+1|-|x-3|+3|x+2|$.

【答案】 原式=
$$\begin{cases} -4x-11, & x \leq -2 \\ 2x+1, & -2 < x \leq -1 \\ 6x+5, & -1 < x \leq 3 \\ 4x+11, & x > 3 \end{cases}.$$

【标注】【知识点】零点分段法

8. 化简： $|m+2|-2|m|+|1-m|$.

【答案】 当 $m < -2$ 时，原式= -1 ；

当 $-2 < m < 0$ 时，原式= $2m+3$ ；

当 $0 \leq m < 1$ 时，原式= $-2m+3$ ；

当 $m \geq 1$ 时，原式= 1 。

【解析】 当 $m < -2$ 时，原式= $-m-2+(1-m)+2m=-1$ ；

当 $-2 < m < 0$ 时，原式= $m+2+(1-m)+2m=2m+3$ ；

当 $0 \leq m < 1$ 时，原式= $m+2+(1-m)-2m=-2m+3$ ；

当 $m \geq 1$ 时，原式= $m+2-(1-m)-2m=1$ 。

【标注】【知识点】零点分段法

练习4

9. $|x-1|+|x-2|+|x-3|+|x-4|$ 的最小值是 _____。

【答案】 4

【解析】 $|x-1|+|x-2|+|x-3|$ 表示某点到数1、数2、数3距离的和，
有4（偶数）个绝对值，因此取2和3之间，原式有最小值，不妨取 $x=2$ ，
则原式 $=|2-1|+|2-2|+|2-3|+|2-4|=4$ 。

【标注】 【知识点】 利用绝对值求最值

10. 求 $2|x-2|+|x+3|+|x-4|+3|x-1|$ 的最小值 _____。

【答案】 9

【解析】 当 $x \leq -3$ 时，
原式 $= 2(2-x) + (-x-3) + 4-x + 3(1-x)$
 $= 4-2x-x-3+4-x+3-3x$
 $= -7x+4$ ，
 $\therefore$ 当 $x = -3$ 时，原式取最小值为 $-7 \times (-3) + 4 = 25$ ；
当 $-3 < x \leq 1$ 时，
原式 $= 2(2-x) + x+3+4-x+3(1-x)$
 $= 4-2x+x+3+4-x+3-3x$
 $= -5x+14$ ，
 $\therefore$ 当 $x = 1$ 时，原式取最小值为 $-5 \times 1 + 14 = 9$ ；
当 $1 < x \leq 2$ 时，
原式 $= 2(2-x) + x+3+4-x+3(x-1)$
 $= 4-2x+x+3+4-x+3x-3$
 $= x+8$ ，
当 $x = 1$ 时，原式取最小值为 $1+8 = 9$ ；
当 $2 < x \leq 4$ 时，
原式 $= 2(x-2) + x+3+4-x+3(x-1)$
 $= 2x-4+x+3+4-x+3x-3$
 $= 5x$ ，
当 $x = 2$ 时，原式取最小值为 $2 \times 5 = 10$ ；
当 $x > 4$ 时，
原式 $= 2(x-2) + x+3+x-4+3(x-1)$
 $= 2x-4+x+3+x-4+3x-3$

$$= 7x - 8,$$

当 $x = 4$ 时, 原式取最小值为 $7 \times 4 - 8 = 20$.

综上所述, $2|x - 2| + |x + 3| + |x - 4| + 3|x - 1|$ 的最小值为9.

【标注】【知识点】利用绝对值求最值

练习5

11. 化简: $|3 - |x + 2|| + |x + 5|$.

【答案】 当 $x < -5$ 时, 原式 $= -2x - 10$;

当 $-5 \leq x < -2$ 时, 原式 $= 2x + 10$;

当 $-2 \leq x < 1$ 时, 原式 $= 6$;

当 $x \geq 1$ 时, 原式 $= 2x + 4$.

【解析】 零点为 $x = -2$, $x = -5$, $x = 1$,

①当 $x < -5$ 时, 原式 $= |3 + x + 2| + |x + 5| = -(x + 5) - (x + 5) = -2x - 10$;

②当 $-5 \leq x < -2$ 时, 原式 $= |3 + x + 2| + |x + 5| = x + 5 + x + 5 = 2x + 10$;

③当 $-2 \leq x < 1$ 时, 原式 $= |3 - x - 2| + |x + 5| = 1 - x + x + 5 = 6$;

④当 $x \geq 1$ 时, 原式 $= |3 - x - 2| + |x + 5| = x - 1 + x + 5 = 2x + 4$.

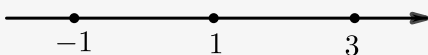
【标注】【知识点】零点分段法

12. 化简: $||x - 1| - 2|$.

【答案】
$$\begin{cases} x - 3 (x > 3) \\ 3 - x (1 \leq x \leq 3) \\ x + 1 (-1 < x < 1) \\ -x - 1 (x \leq -1) \end{cases}$$

【解析】 令 $x - 1 = 0$, 得 $x = 1$;

令 $|x - 1| - 2 = 0$, 得 $x = 3$ 或 $x = -1$;

①当 $x > 3$ 时: 

原式

$= |x - 1 - 2| = x - 3$;

②当 $1 \leq x \leq 3$ 时: 原式 $= |x - 1 - 2| = 3 - x$;

③当 $-1 < x < 1$ 时: 原式 $= |1 - x - 2| = x + 1$;

④当 $x \leq -1$ 时: 原式 $= |1 - x - 2| = -x - 1$;

$$\text{综上：原式} = \begin{cases} x-3 & (x > 3) \\ 3-x & (1 \leq x \leq 3) \\ x+1 & (-1 < x < 1) \\ -x-1 & (x \leq -1) \end{cases}.$$

【标注】【知识点】零点分段法

二、绝对值的最值问题

练习6

13. 当式子 $|x+2| + |x-5|$ 取得最小值时， x 的取值范围为（ ）。

- A. $-2 \leq x < 5$ B. $-2 < x \leq 5$ C. $x = 2$ D. $-2 \leq x \leq 5$

【答案】D

【解析】利用数轴，设 A 点表示的数为 -2 ， B 点表示的数为 5 ， P 点表示的数为 x ，

则 $|x+2| + |x-5| = PA + PB$ ，

$\therefore$ 当 P 在 A ， B 之间时， $PA + PB$ 的值最小，

$\therefore$ 当 $-2 \leq x \leq 5$ 时， $|x+2| + |x-5|$ 取得最小值。

【标注】【知识点】利用绝对值求最值

14. 当 $|x+3| + |x-7|$ 取最小值时， x 的取值范围是（ ）。

- A. $x \leq -3$ B. $x > 7$ C. $-3 < x < 7$ D. $-3 \leq x \leq 7$

【答案】D

【解析】代数式 $|x+3| + |x-7|$ 取得最小值时，

即是在数轴上找一点，使它到数轴上的点 -3 和 7 的距离之和最小，

$\therefore$ 这点在 -3 和 7 之间，

故 x 的取值范围为： $-3 \leq x \leq 7$ ，

故答案为D。

【标注】【知识点】利用绝对值求最值

练习7

15. 式子 $|x+1|+|x-4|$ 最小值是_____.

【答案】 5

【解析】 $|x+1|+|x-4|$ 几何意义为：

数轴上表示 x 的点与 -1 和 4 的距离和，

当 $-1 \leq x \leq 4$ 时，

$|x+1|+|x-4|$ 有最小值，为 $4-(-1)=5$.

【标注】【知识点】利用绝对值求最值

16. 我们知道：式子 $|x-3|$ 的几何意义是数轴上表示数 x 的点与表示数 3 的点之间的距离，则式子 $|x-2|+|x+1|$ 的最小值为_____.

【答案】 3

【解析】 根据绝对值的几何意义可知， $|x-2|+|x+1|$ 表示 x 到 -1 和 2 的距离之和，可知当

$-1 \leq x \leq 2$ 时取最小值为 3 .

【标注】【知识点】利用绝对值求最值

|| 练习8

17. 代数式 $|x-1|+|x+a|$ 的最小值是 2 ，则 a 的值是_____.

【答案】 $a=1$ 或 $a=-3$

【解析】 解： $|x-1|+|x+a| \geq |a+1|$ ，

故 $|a+1|=2$ ，解得： $a=1$ 或 -3 ，

【标注】【知识点】利用绝对值求最值

18. 若 $|x-3|+|x+a|$ 的最小值为 8 ，则 a 的值是_____.

【答案】 5 或 -11

【解析】 由绝对值的几何意义，可得：

当 x 在 3 与 $-a$ 之间时，

$|x-3|+|x+a|$ 取到最小值,

因此, 当 $x=3$ 时,

$$|x-3|+|x+a|=8,$$

$$\text{即}|3-3|+|3+a|=8,$$

$$\therefore|3+a|=8,$$

$$\therefore 3+a=8 \text{ 或 } 3+a=-8,$$

$$\therefore a=5 \text{ 或 } a=-11.$$

【标注】【知识点】利用绝对值求最值

练习9

19. 若 x 是有理数, $|x-5|+|x-6|+|x-7|$ 的最小值是 _____ .

【答案】 2

【解析】 $|x-5|+|x-6|+|x-7|$ 表示数轴上表示 x 的点到5, 6, 7距离之和.

结合数轴可知, $x=6$ 时 $|x-5|+|x-6|+|x-7|$ 最小,

$$\text{最小值} = |6-5|+|6-6|+|6-7| = 1+0+1 = 2.$$

【标注】【知识点】利用绝对值求最值

20. 代数式 $|x+1008|+|x+504|+|x-1007|$ 的最小值是 _____ .

【答案】 2015

【解析】 原式表示数轴上一点 x 到-1008, -504, 1007三数表示的点的距离之和, 故当

$$x=-504 \text{ 时, 有最小值为 } 1007-(-1008)=2015.$$

故答案为: 2015.

【标注】【知识点】利用绝对值求最值

练习10

21. 已知 $|x+2|+|1-x|=9-|y-5|-|1+y|$, 求 $x+y$ 最大值与最小值().

A. 最大值为6, 最小值为-3

B. 最大值为8, 最小值为-2

C. 最大值为8, 最小值为-3

D. 最大值为6, 最小值为-2

【答案】A

【解析】原方程变形得 $|x+2|+|1-x|+|y-5|+|1+y|=9$,

$\therefore |x+2|+|1-x| \geq 3, |y-5|+|1+y| \geq 6$, 而

$|x+2|+|1-x|+|y-5|+|1+y|=9$,

$\therefore |x+2|+|1-x|=3, |y-5|+|1+y|=6, \therefore -2 \leq x \leq 1, -1 \leq y \leq 5$, 故
 $-3 \leq x+y \leq 6$.

【标注】【知识点】利用绝对值求最值

22. 已知 $(|x+1|+|x-2|)(|y-3|+|y+2|)=15$, 求 $x-2y$ 的最大值是 _____ 和最小值是 _____.

【答案】6; -7

【解析】根据绝对值的几何意义: $|x+1|+|x-2| \geq 3, |y-3|+|y+2| \geq 5$

$\therefore (|x+1|+|x-2|)(|y-3|+|y+2|) \geq 3 \times 5 = 15$,

$\therefore (|x+1|+|x-2|)(|y-3|+|y+2|) = 15$,

$\therefore |x+1|+|x-2|=3, |y-3|+|y+2|=5$,

此时, $-1 \leq x \leq 2, -2 \leq y \leq 3$,

$\therefore$ 当 $x=-1, y=3$ 时, $x-2y$ 取最小值为: $x-2y=-1-2 \times 3=-7$;

当 $x=2, y=-2$ 时, $x-2y$ 取最大值为: $x-2y=2-2 \times (-2)=6$.

故答案为: 6, -7.

【标注】【知识点】绝对值综合

|| 练习11

23. 同学们都知道: $|3-(-2)|$ 表示3与-2之差的绝对值, 实际上也可理解为3与-2两数在数轴上所对应的两点之间的距离. 请你借助数轴进行以下探索:

(1) 数轴上表示 x 与5的两点之间的距离可以表示为 _____.

(2) 如果 $|x-5|=6$, 则 $x=$ _____.

(3) 同理 $|x+3|+|x-2|$ 表示数轴上有理数 x 所对应的点到-3和2所对应的点的距离之和, 请你找出所有符合条件的整数 x , 使得 $|x+3|+|x-2|=5$, 这样的整数是 _____.

(4) 由以上探索猜想对于任何有理数 x , $|x+2|+|x-5|$ 是否有最小值? 如果有, 直接写出最小值; 如果没有, 说明理由.

【答案】(1) $|x - 5|$

(2) 11或-1

(3) -3, -2, -1, 0, 1, 2

(4) $|x + 2| + |x - 5|$ 有最小值, 最小值是7.

【解析】(1) 数轴上表示 x 与5的两点之间的距离可以表示为 $|x - 5|$.

(2) $\because |x - 5| = 6$,

则 $x - 5 = 6$ 或 $x - 5 = -6$,

解得 $x = 11$ 或 -1 .

(3) $\because |x + 3| + |x - 2|$ 表示数轴上有理数 x 所对应的点到-3和2所对应的点的距离之和, $|x + 3| + |x - 2| = 5$,

$\therefore$ 这样的整数是-3, -2, -1, 0, 1, 2.

(4) $\because |x + 2| + |x - 5|$ 理解为: 在数轴上表示 x 到-2和5的距离之和,

$\therefore$ 当 x 在-2与5之间的线段上(即 $-2 \leq x \leq 5$)时,

即 $|x + 2| + |x - 5|$ 的值有最小值, 最小值为 $5 + 2 = 7$.

【标注】【知识点】绝对值综合

24. 【阅读】 $|5 - 2|$ 表示5与2差的绝对值, 也可理解为5与2两数在数轴上所对应的两点之间的距离:

$|5 + 2|$ 可以看做 $|5 - (-2)|$, 表示5与-2的差的绝对值, 也可理解为5与-2两数在数轴上所对应的两点之间的距离.

【探索】

(1) $|5 - (-2)| = | \quad |$.

(2) 利用数轴, 找出所有符合条件的整数 x , 使 x 所表示的点到5和-2的距离之和为7.

(3) 由以上探索猜想, 对于任何有理数 x , $|x - 2| + |x + 3|$ 是否存在最小值? 如果有, 直接写出最小值; 如果没有, 说明理由.

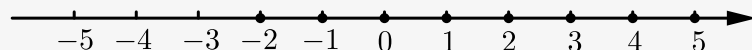
【答案】(1) 7

(2) 整数 x 要在-2到5之间就可以满足条件, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5.

(3) 存在. 最小值为5.

【解析】(1)

(2) 整数 x 要在-2到5之间就可以满足条件, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5.

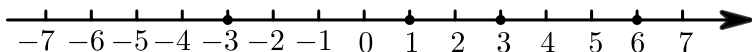


(3) 整数 x 要在 -3 到 2 之间, 原式有最小值 5 .

【标注】【知识点】数轴上两点间距离

练习12

25. 已知: $|5 - (-2)|$ 表示 5 与 -2 之差的绝对值, 实际上也可理解为 5 与 -2 两数在数轴上所对应的两点之间的距离. 请你借助数轴进行以下探索:



- (1) 数轴上表示 x 与 2 的两点之间的距离可以表示为 _____ .
- (2) 如果 $|x - 2| = 5$, 则 $x =$ _____ .
- (3) 同理 $|x + 3| + |x - 1|$ 表示数轴上有理数 x 所对应的点到 -3 和 1 所对应的点的距离之和, 请你找出所有符合条件的整数 x , 使得 $|x + 3| + |x - 1| = 4$, 这样的整数是 _____ . (写出所有整数)
- (4) 当 x 是多少时, $|x + 2| + |x - 3| + |x - 5|$ 取得最小值, 并求其最小值 .

【答案】(1) $|x - 2|$

(2) 7 或 -3

(3) $-3, -2, -1, 0, 1$

(4) 当 $x = 3$ 时, 最小值为 7 .

【解析】(1) 数轴上表示 x 与 2 的两点之间的距离可表示为 $|x - 2|$.

故答案为: $|x - 2|$.

(2) $|x - 2| = 5$, 即表示 x 与 2 的距离为 5 ,

$\therefore x - 2 = 5$ 或 $2 - x = 5$,

故可得 $x = 7$ 或 -3 .

故答案为: 7 或 -3 .

(3) $|x + 3| + |x - 1| = 4$ 表示的是数轴上的点 x 到 -3 和 1 的距离之和为 4 ,

又 $\because 1$ 到 -3 的距离为 $1 - (-3) = 4$,

$\therefore$ 可得 x 在 -3 和 1 之间, 且包括 1 和 -3 这两个点,

又 $\because x$ 为整数,

故符合条件的整数 x 有 $-3, -2, -1, 0, 1$.

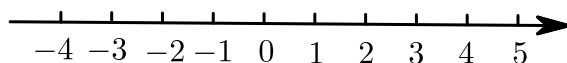
故答案为: $-3, -2, -1, 0, 1$.

(4)

$|x+2| + |x-3| + |x-5|$ 可理解为：在数轴上表示 x 的点到 $-2, 3, 5$ 三点的距离之和，
 当 $x=3$ 时， $|x+2| + |x-3| + |x-5|$ 的值有最小值，
 最小值为 $5 - (-2) = 7$ 。

【标注】【知识点】利用绝对值求最值

26. 结合数轴与绝对值的知识回答下列问题：



- (1) 数轴上表示4和1的两点之间的距离是 _____，表示-3和2两点之间的距离是 _____。一般地，数轴上表示数 m 和数 n 的两点之间的距离等于 $|m - n|$ 。如果表示数 a 和-1的两点之间的距离是2，那么 $a =$ _____。
- (2) 若数轴上表示数 a 的点位于-2与4之间，则 $|a - 4| + |a + 2|$ 的值为 _____。
- (3) 利用数轴找出所有符合条件的整数点 x ，使得 $|x + 2| + |x - 5| = 7$ ，这些点表示的数的和是 _____。
- (4) 当 $a =$ _____ 时， $|a + 3| + |a - 1| + |a - 4|$ 的值最小，最小值是 _____。

【答案】 (1) 3; 5; -3或1

(2) 6

(3) 12

(4) 1; 7

【解析】 (1) $|1 - 4| = 3$,

$$|-3 - 2| = 5,$$

$$|a - (-1)| = 2,$$

$$\text{所以, } a + 1 = 2 \text{ 或 } a + 1 = -2,$$

$$\text{解得 } a = -3 \text{ 或 } a = 1.$$

(2) $\because$ 表示数 a 的点位于-2与4之间，

$$\therefore a - 4 < 0, a + 2 > 0,$$

$$\therefore |a - 4| + |a + 2|$$

$$= 4 - a + a + 2$$

$$= 6.$$

(3) 使得 $|x + 2| + |x - 5| = 7$ 的整数点有-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5,

$$-2 - 1 + 0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 12.$$

故这些点表示的数的和是12.

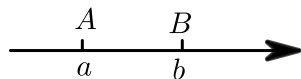
(4) $a = 1$ 时有最小值,

$$\begin{aligned}\text{最小值} &= |1 + 3| + |1 - 1| + |1 - 4| \\ &= 4 + 0 + 3 \\ &= 7.\end{aligned}$$

【标注】【知识点】结合数轴化简绝对值

练习13

27. 数轴上两点间的距离等于这两点所对应的数的差的绝对值, 例: 如图所示, 点 A 、 B 在数轴上分别对应的数为 a 、 b , 则 A 、 B 两点间的距离表示为 $|AB| = |a - b|$, 根据以上知识解题:



(1) 若数轴上两点 A 、 B 表示的数为 x 、 -1 .

① A 、 B 之间的距离可用含 x 的式子表示为 _____.

② 若该两点之间的距离为 2, 那么 x 值为 _____.

(2) $|x + 1| + |x - 2|$ 的最小值为 _____, 此时 x 的取值范围是 _____.

(3) 已知 $(|x + 1| + |x - 2|)(|y - 3| + |y + 2|) = 15$, 求 $x - 2y$ 的最大值和最小值.

【答案】(1) ① $|x + 1|$.

② 1 或 -3.

(2) 3; $-1 \leq x \leq 2$

(3) 最大值为 6, 最小值为 -7.

【解析】(1) ① A 、 B 之间的距离可用含 x 的式子表示为 $|x + 1|$.

② 依题意有:

$$|x + 1| = 2,$$

$$x + 1 = -2 \text{ 或 } x + 1 = 2,$$

$$\text{解得 } x = -3 \text{ 或 } x = 1.$$

故 x 值为 -3 或 1.

(2) $|x + 1| + |x - 2|$ 的最小值为 3,

此时 x 的范围为 $-1 \leq x \leq 2$.

(3) $\because |x + 1| + |x - 2|$ 的最小值为 3, $|y - 3| + |y + 2|$ 的最小值为 5,

$\therefore x$ 的最大值为 2, 最小值为 -1, y 的最大值为 3, 最小值为 -2,

$\therefore$ 当 $x = 2, y = -2$ 时, $x - 2y$ 的最大值为 6,

当 $x = -1, y = 3$ 时, $x - 2y$ 的最小值为 -7.

【标注】【知识点】绝对值综合

28. 若点 A, B 在数轴上分别表示实数 a, b , 则 A, B 两点之间的距离表示为 $|AB| = |a - b|$, 回答下列问题:

- (1) 数轴上表示 2 和 5 的两点之间的距离是 _____, 数轴上表示 1 和 -3 的两点之间的距离是 _____.
- (2) 数轴上表示 x 和 -1 的两点 A 和 B 之间的距离是 _____, 如果 $|AB| = 2$, 那么 $x =$ _____.
- (3) $|x + 1| + |x - 2|$ 的最小值为 _____, 相应 x 的取值范围是 _____.
- (4) 已知 $|x + 2| + |x - 1| = 9 - |y - 5| - |y + 1|$, 则 $x + y$ 的最大值为 _____, 最小值为 _____.

【答案】 (1) 3; 4

(2) $|x + 1|$; 1 或 -3

(3) $-1 \leq x \leq 2$; 3

(4) 6; -3

【解析】 (1) 根据材料分析可知:

数轴上表示 2 和 5 的两点之间距离是 $|5 - 2| = 3$,

数轴上表示 -1 和 3 的两点之间距离是 $|-1 - 3| = 4$,

故答案为: 3; 4.

(2) 数轴上表示 x 和 -1 的两点 A 和 B 之间的距离 $= |x - (-1)| = |x + 1|$,

$\therefore |AB| = 2$,

$\therefore x + 1 = \pm 2$,

解得: $x = 1$ 或 $x = -3$,

故答案为: $|x + 1|$; 1 或 -3.

(3) $|x + 1| + |x - 2|$ 表示数轴上某点到 -1 和 2 的距离之和,

$\therefore$ 当 $-1 \leq x \leq 2$ 时, $|x + 1| + |x - 2|$ 有最小值, 最小值为 3,

故答案为: $-1 \leq x \leq 2$; 3.

(4) $\therefore |x + 2| + |x - 1| = 9 - |y - 5| - |y + 1|$,

$\therefore |x + 2| + |x - 1| + |y - 5| + |y + 1| = 9$,

$\therefore$ 当 $-2 \leq x \leq 1$ 时, $|x+2| + |x-1|$ 有最小值,
最小值为 $|1 - (-2)| = 3$,
当 $-1 \leq y \leq 5$ 时, $|y-5| + |y+1|$ 有最小值,
最小值为 $|5 - (-1)| = 6$,
又 $\therefore 3 + 6 = 9$,
 $\therefore$ 当且仅当 $-2 \leq x \leq 1$ 且 $-1 \leq y \leq 5$ 时,
原式才能成立,
 $\therefore -3 \leq x + y \leq 6$,
 $\therefore x + y$ 的最大值为6, 最小值为-3.

【标注】【知识点】数轴上两点间距离